Prelucrarea divizorilor

1. Cmmdc, cmmmc
2. Descompunerea in factori primi

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

1. CMMDC – cel mai mare divizor comun a două numere

- CMMDC-ul, sau Cel Mai Mare Divizor Comun a două numere naturale **a** și **b** este un alt număr natural **d** cu proprietățile:
  - **d | a** și **d | b** (d divide a și d divide b);
  - **d este cel mai mare** număr posibil.
- Cmmdc-ul a două numere poate avea diverse notații: cmmdc(a, b), gcd(a, b) — greatest common divisor, sau chiar mai scurt, (a, b).

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

- algoritmul se bazează pe următoarea observație:
  - dacă **a = b * q + r**, atunci **cmmdc(a,b) = cmmdc(b,r)**, unde **a, b, q, r** sunt numere întregi.
  - deoarece restul împărțirii cu rest este întotdeauna mai mic decât divizorul, determinarea celui mai mare divizor comun a două numere poate fi întotdeauna înlocuită cu găsirea celui mai mare divizor comun a două numere mai mici.
- de exemplu să se găsească **cmmdc(252 și 2205)**
  - **2205 = 252 * 8 + 189**, deci **cmmdc(2205,252) = cmmdc(252,189)**
  - **252 = 189 * 1 + 63**, → **cmmdc (252,189)= cmmdc (189,63)**
  - **189 = 63 * 3 + 0 → cmmdc(189,63) = 63 →(252,2205)=63**.

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

```
citeste a, b
cat timp b ≠ 0 executa
  r ← a % b
  a ← b
  b ← r
scrie a
```

Pentru a calcula **cel mai mic multiplu comun (cmmmc)** a două numere vom folosi relația:

```
cmmdc(a,b) * cmmmc(a, b) = a * b
```

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

Determinarea cmmdc pentru mai multe numere

https://www.pbinfo.ro/probleme/305/cmmdcn

Se dau n numere naturale nenule. Calculaţi cel mai mare divizor comun al lor.

- determinăm cmmdc dintre primele două numere.
- determinăm cmmdc între cmmdc anterior și al treilea număr.
- determinăm cmmdc între cmmdc anterior și al patrulea număr.
- ș.a.m.d.

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

```
citeste n
cmmdc ← 0
pentru i ← 1, n executa
citeste x
cat timp x ≠ 0 executa
  r ← cmmdc % x
  cmmdc ← x
  x ← r
scrie cmmdc
```

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

https://www.pbinfo.ro/probleme/58/cmmdc

https://www.pbinfo.ro/probleme/59/cmmmc

https://www.pbinfo.ro/probleme/60/primeintreele

https://www.pbinfo.ro/probleme/411/primeintreele1

https://www.pbinfo.ro/probleme/3271/perechecmmdc

https://www.pbinfo.ro/probleme/409/oglindit4

https://www.pbinfo.ro/probleme/410/cmmdc2

https://www.pbinfo.ro/probleme/390/spfractii

https://www.pbinfo.ro/probleme/305/cmmdcn

https://www.pbinfo.ro/probleme/3407/aoc2020

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

https://www.pbinfo.ro/probleme/378/pavare

https://www.pbinfo.ro/probleme/2771/covorul

https://www.pbinfo.ro/probleme/3073/repartitie

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

2. Descompunerea în factori primi

Se citeşte un număr întreg **a**. Să se realizeze un algoritm care să afişeze factorii primi şi puterile lor pentru numărul citit.

Exemplu: pentru a = 140 se va afișa 2^2*5^1*7^1

- știm că factorii primi ai lui n sunt cuprinși între 2 și n;
- vom parcurge succesiv aceste numere și pentru un divizor curent d al lui n;
  - determinăm puterea sa în descompunere numărând de câte ori se poate împărții n la d. Această împărțire se realizează efectiv.
  - afișam divizorul curent d și puterea sa;
- procesul se încheie când n devine 1.

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

```
citeste n
afisare ← 0//retine daca am facut afisari
d ← 2 //primul factor prim este 2
┌cat timp n > 1 execută
│ p ← 0 //puterea factorului d este 0
│ ┌cat timp n % d = 0 execută
│ │   p ← p + 1, n ← n / d
│ └■
│ ┌dacă p ≠ 0 atunci
│ │ ┌dacă afisare ≠ 0 atunci//daca nu este prima afisare
│ │ │ scrie ”*”
│ │ └■
│ │  afisare ← 1, scrie d,”^”, p
│ └■
│ d ← d + 1
└■
```

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

- optimizand obtinem

```
citeste n
d ← 2 //primul factor prim este 2
cat timp d * d ≤ n execută
 p ← 0 //puterea factorului d este 0
 cat timp n % d = 0 execută
   p ← p + 1, n ← n / d
 dacă p ≠ 0 atunci
  scrie d,"^", p
 d ← d + 1
dacă n > 1 atunci
 scrie n,"^", 1
```

Algoritmi pentru prelucrarea divizorilor

https://www.pbinfo.ro/probleme/1319/descompunere-factori

https://www.pbinfo.ro/probleme/62/factorizare

https://www.pbinfo.ro/probleme/4295/factor-exp-max

https://www.pbinfo.ro/probleme/2324/prim002

https://www.pbinfo.ro/probleme/2312/guit